



MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = a \\ x + y + z = a \\ y + az = 2 \end{array} \right\}$$

- Estudie su compatibilidad según los distintos valores de a . (1 punto)
- Resuélvalo cuando sea compatible indeterminado. (1.5 puntos)

Ejercicio 2.- Se consideran la recta r que pasa por los puntos $P(1,2,3)$ y $Q(1,-1,3)$, y el plano π que contiene a los puntos $A(1,0,1)$, $B(2,-1,3)$ y $C(4,1,0)$.

Calcule:

- Las ecuaciones implícitas de r y π . (1.5 puntos)
- La posición relativa de r y π . (1 punto)

Ejercicio 3.- La gráfica de la parábola $y^2 = 8x$ y la recta $x = 2$ encierran un recinto plano.

- Dibuje aproximadamente dicho recinto. (0.75 puntos)
- Calcule el área de ese recinto. (1.75 puntos)

Ejercicio 4.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm. Halle las dimensiones de los catetos de forma que el área del triángulo sea máxima. (2.5 puntos)



Opción B

Ejercicio 1.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -x & 1 & 1 \\ 1 & -x & 1 \\ 1 & 1 & -x \end{pmatrix}$

- a) Resuelva la ecuación $\det(A) = 0$. (1.5 puntos)
b) Calcule el rango de la matriz A según los valores de x . (1 punto)
Nota: $\det(A)$ denota el determinante de la matriz A.
-

Ejercicio 2.- Considere las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z$ y $s \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = z$.

- a) Dé su posición relativa. (1 punto)
b) Obtenga, si es posible, un plano paralelo a s que contenga a r . (1.5 puntos)
-

Ejercicio 3.- Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{si } x > 0 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Determine los valores de a , b y c para que la función sea continua, tenga un máximo en $x = -1$ y la tangente en $x = -2$ sea paralela a la recta $y = 2x$. (2.5 puntos)

Nota: $\ln x$ denota el logaritmo neperiano de x .

Ejercicio 4.- La gráfica de la curva $f(x) = \frac{4}{2-x}$ y las rectas $y = 4$ y $x = 0$ encierran un recinto plano.

- a) Dibuje aproximadamente dicho recinto. (0.75 puntos)
b) Calcule el área de ese recinto. (1.75 puntos)
-

MATEMÁTICAS II

Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

Opción A

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 0.75 puntos, b) 1.75 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: 2.5 puntos

Opción B

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: 2.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 0.75 puntos, b) 1.75 puntos